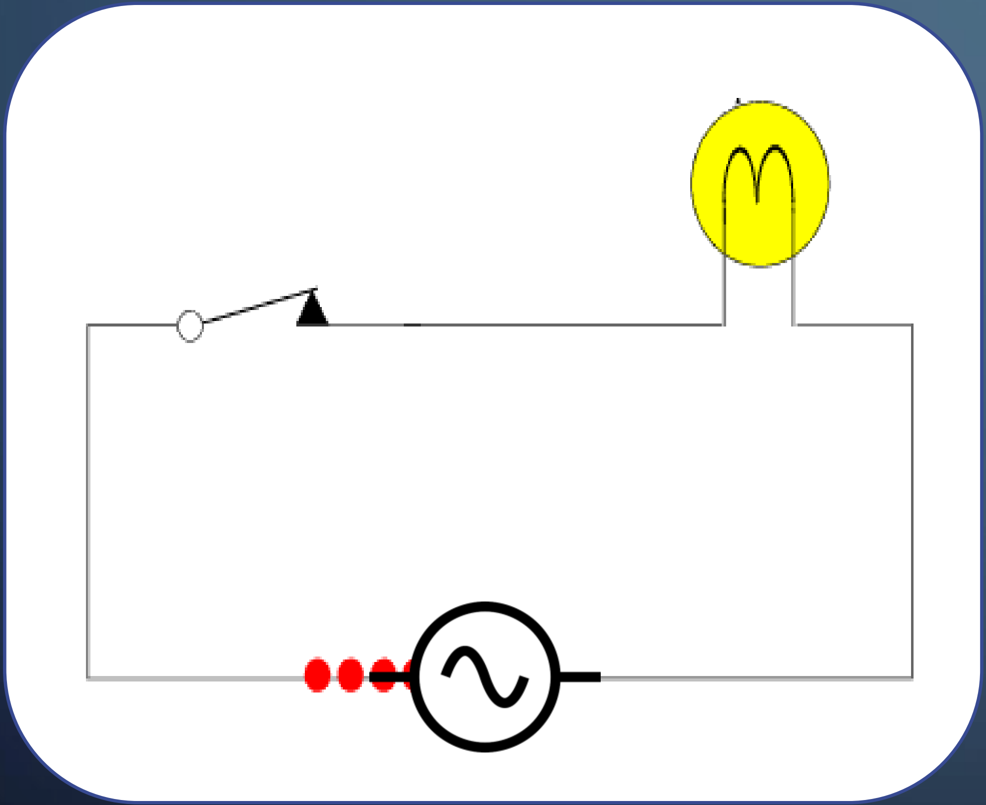
ELETTROTECNICA

CORRENTE ALTERNATA, BIPOLI ELEMENTARI, BIPOLI SERIE E PARALLELO

FONTI

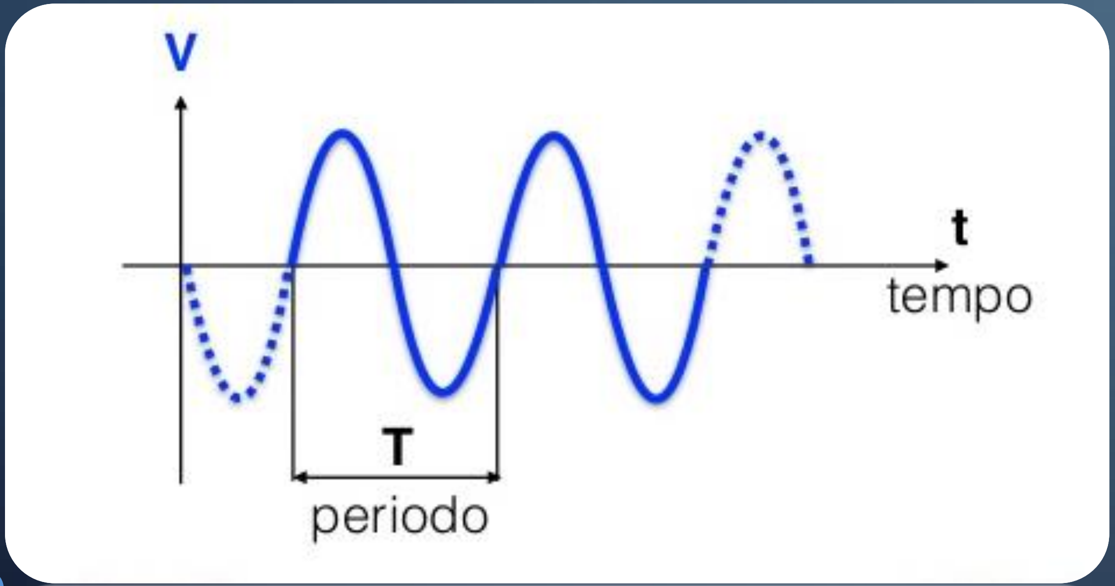
- https://slideplayer.it/slide/17642711/
- http://www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica/ce_d3_15/01-regime-sinusoidale.pdf
- Pezzi. Elettrotecnica generale 2a edizione. Zanichelli

INTRODUZIONE



- La corrente alternata è caratterizzata dal fatto che il flusso di elettroni <u>non viaggia sempre nello stesso senso,</u> quindi ha una tensione variabile nel tempo, il cui verso si inverte di continuo
- Nella tensione di rete la forma della corrente alternata è sinusoidale e la variazione di direzione avviene circa 50 volte il secondo; quindi tensione e corrente hanno una frequenza di 50 Hertz [Hz]

CORRENTE ALTERNATA: PERIODO, FREQUENZA E PULSAZIONE



frequenza $\boxed{f=\frac{1}{T}}$ [Hz] o [c/s] o [s^{-1}]

periodo $\boxed{T=\frac{1}{f}}$ [s]

pulsazione $\boxed{\omega=2\pi f}$ [rad/s]

VALORE EFFICACE O RMS

È la media quadratica di una grandezza $f(t)$

$$A_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [f(t)]^2 \, \mathrm{dt}}$$

- Nel caso di segnali costanti $f(t) = A_m$ corrisponde con il valore $A_{eff} = A_m$
- Nel caso di segnali sinusoidali del tipo $f(t) = A_M \sin(\omega t)$ è inferiore:

$$\boxed{A_{eff} = \frac{A_M}{\sqrt{2}}}$$

- RMS è l'abbreviazione di "Root mean square"
- $\frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0.7071$

SIGNIFICATO DEL VALORE EFFICACE

$v(t) = \mathrm{A}$

(costante)

$v(t) = A_M \sin(\omega t)$

(sinusoidale)

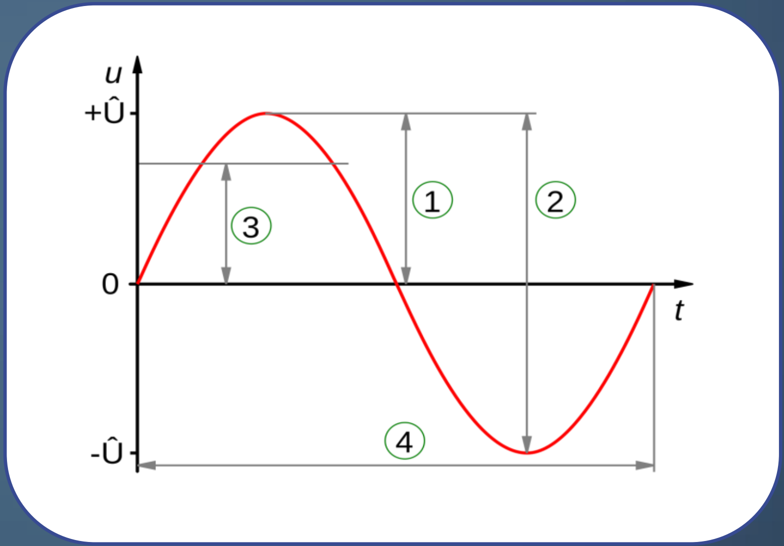
Il valore efficace è legato alla potenza media che un segnale trasporta.

Di conseguenza per avere la stessa luminosità della lampadina (potenza media) che è alimentata rispettivamente da un generatore in corrente continua e uno sinusoidale, è necessario che $\mathrm{A} = A_{eff} = \frac{A_M}{\sqrt{2}}$

(quindi l'ampiezza massima del segnale sinusoidale A_M deve essere maggiore per ottenere lo stesso effetto)

TENSIONE DI RETE

1) tensione di picco
2) tensione picco picco
3) valore efficace
4) periodo



- Quando si parla di tensione di rete alternata, si fa sempre riferimento alla tensione efficace, quindi la tensione a 220V è un valore efficace, questo significa che se andassimo a vedere l'onda sinusoidale della tensione a 220V, scopriremmo che essa tocca nel picco più alto il valore +311V circa e nel picco più basso il valore di -311V circa. Il suo valore efficace è 311x0,707=220V

- Allo stesso modo 380V sono un valore efficace e la tensione sinusoidale ha i suoi massimi e minimi rispettivamente a 537V e -537V

- La frequenza tipica della tensione di rete è 50 Hz corrispondenti a un periodo 1/50=0,02 secondi

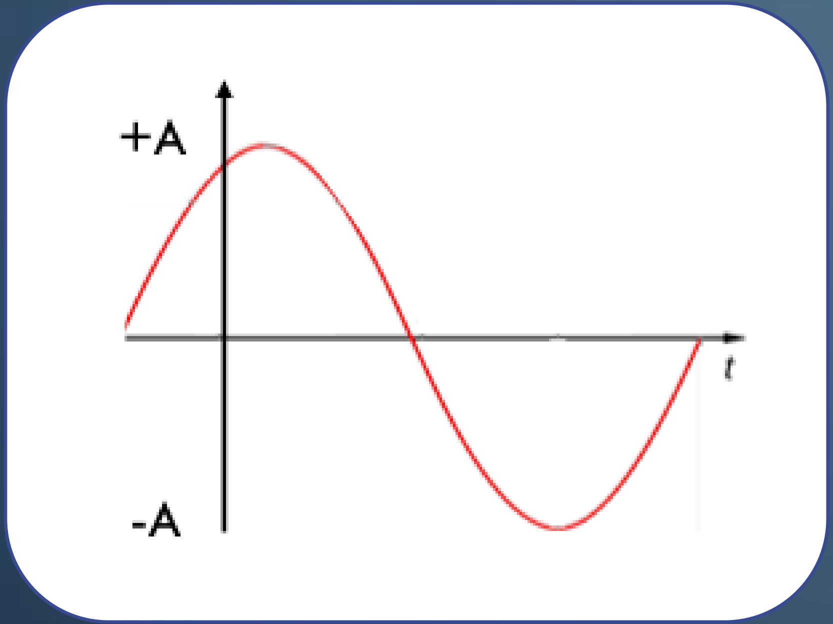
ITALIA E EUROPA

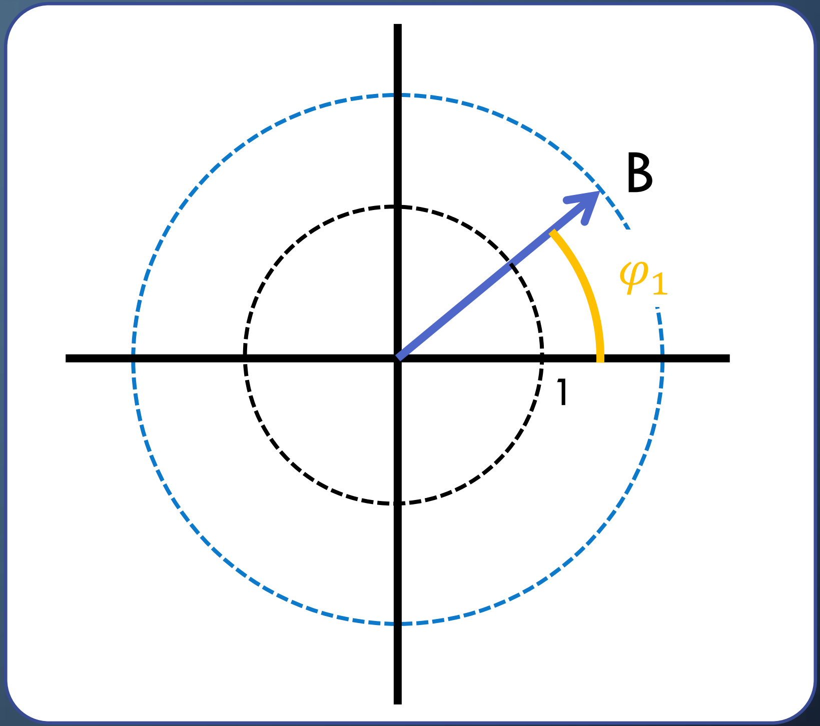
- In Europa si applica la norma EN 60038 "CENELEC-tensioni normalizzate". In questa norma è essenzialmente recepita la norma internazionale IEC 60038, 7ª edizione, 2009, "IEC standard voltages".
- Nel campo della bassa tensione nell'EN 60038 si rileva che i valori di tensione 220 V/380 V (finora nell'Europa continentale) e 240 V/415 V (finora nell'Regno Unito) per le reti in corrente alternata dell'alimentazione elettrica sono stati sostituiti con un unico valore normalizzato di 230 V/400 V. La frequenza di rete in Europa è di 50 Hz (± 2%).

ITALIA anno	Tensione normalizzata	Campo di tolleranza
Fino al 1987	220 V/380 V	-10 % ... +10 %
Dal 1988 al 2003	230 V/400 V	-10 % ... + 6 %
Dal 2003	230 V/400 V	-10 % ... +10 %

I “vecchi” valori di tensione 220 V/380 V sono compatibili con i nuovi valori per via delle tolleranze

SEGNALI SINUSOIDALI E VETTORI (1/2)





$$v(t) = A * \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\vec{V} = B\angle\varphi_0$$

- Nel passaggio da rappresentazione nel tempo a quella vettoriale si mantengono le informazioni relative a modulo e fase iniziale del segnale
- La pulsazione ω del segnale nella rappresentazione vettoriale è invece sottointesa

SEGNALI SINUSOIDALI E VETTORI (2/2)

In corrente continua la potenza erogata da un generatore è $P = V * I$

Nel caso di segnali sinusoidali la potenza media è legata ai valori efficaci e si ha $P = V_{eff} * I_{eff}$

Poiché nella rappresentazione vettoriale si vuole continuare a fare uso di questa espressione, nel passaggio tra rappresentazione nel tempo e quella vettoriale si inserisce il valore efficace al posto del valore massimo del modulo

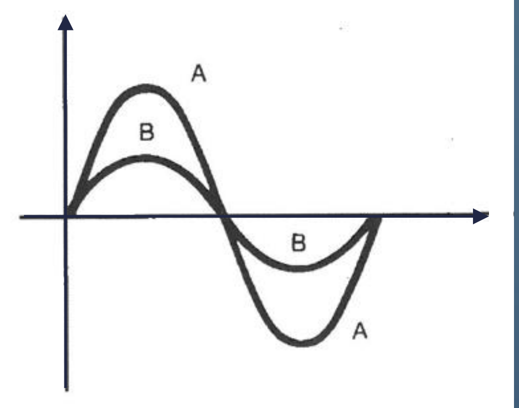
$$v(t) = A_M * \sin(\omega t + \varphi_0) \longrightarrow \vec{V} = A_{eff} \angle \varphi_0$$

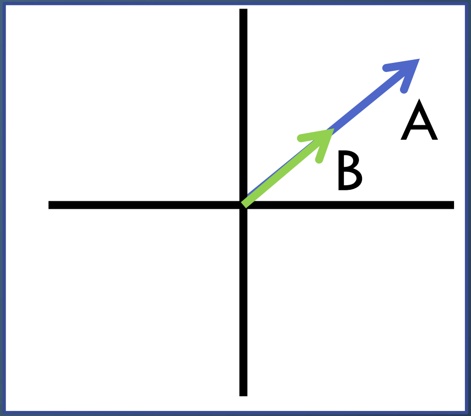
dove

$$A_{eff} = \frac{A_M}{\sqrt{2}}$$

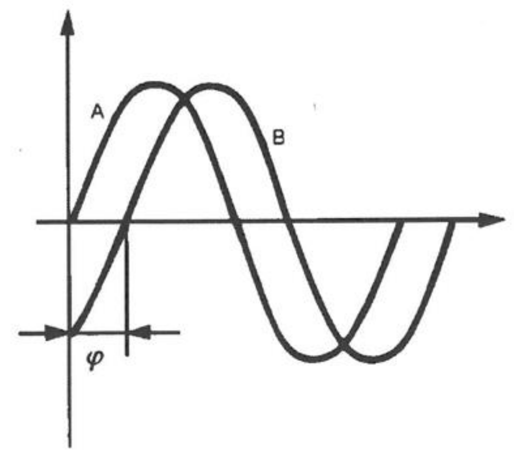
RELAZIONI TRA TENSIONE E CORRENTE IN UN CIRCUITO IN REGIME SINUSOIDALE (1/2)

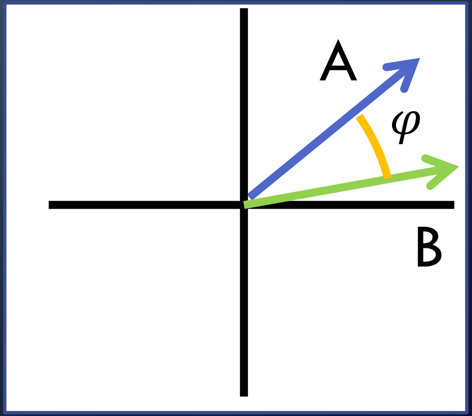
Tensione e corrente in fase





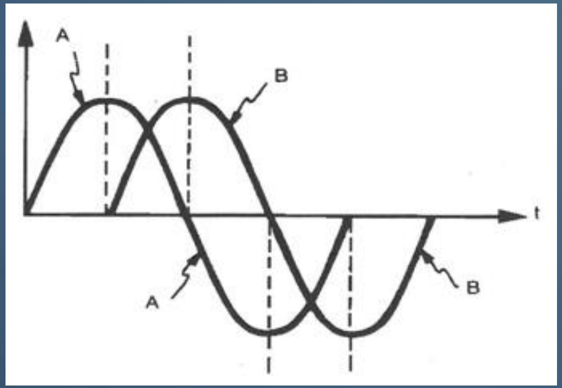
Tensione e corrente sfasate

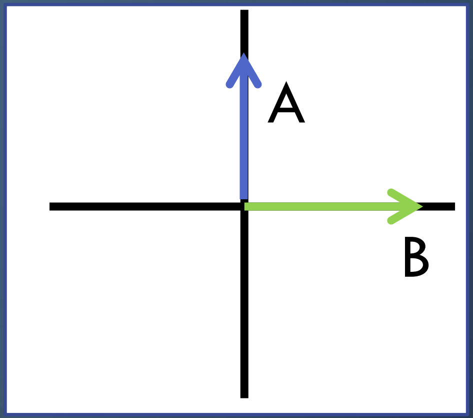




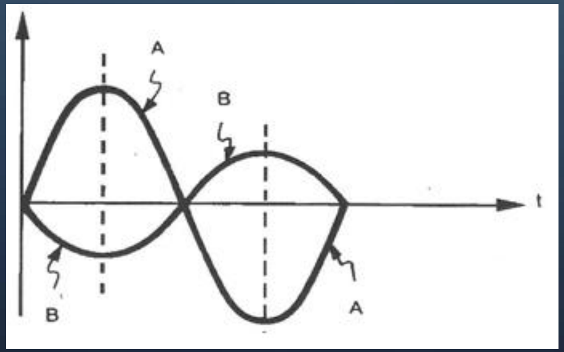
RELAZIONI TRA TENSIONE E CORRENTE IN UN CIRCUITO IN REGIME SINUSOIDALE (2/2)

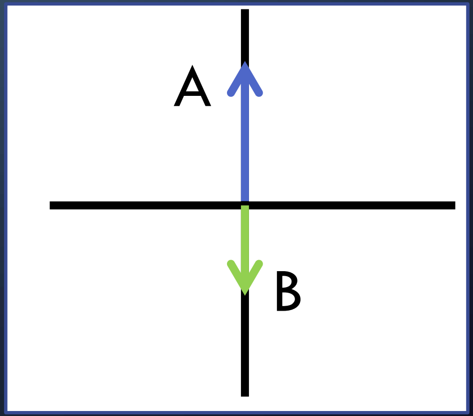
Tensione e corrente in quadratura



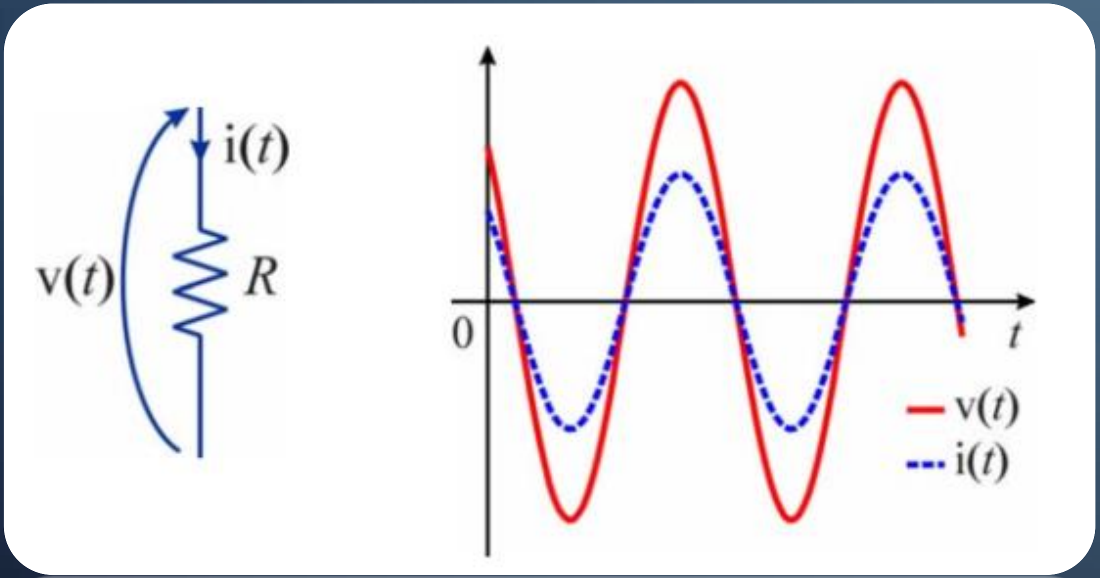


Tensione e corrente in opposizione





BIPOLI ELEMENTARI IN REGIME SINUSOIDALE: RESISTORE (1/2)



Nel tempo se $i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi_I)$

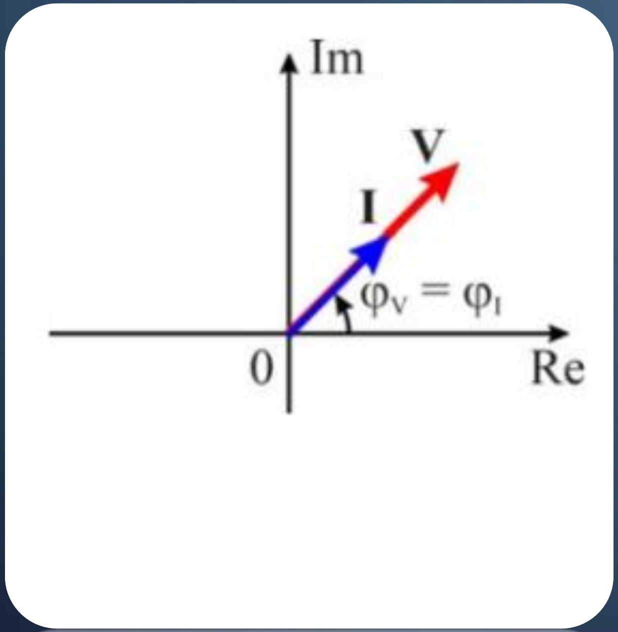
allora la tensione:

$$v(t) = R * i(t) = RI_M \sin(\omega t + \varphi_I)$$

Rappresentazione vettoriale

$$\boxed{\vec{V} = R * \vec{I}}$$

BIPOLI ELEMENTARI IN REGIME SINUSOIDALE: RESISTORE (2/2)



$$\vec{V} = R * \vec{I}$$

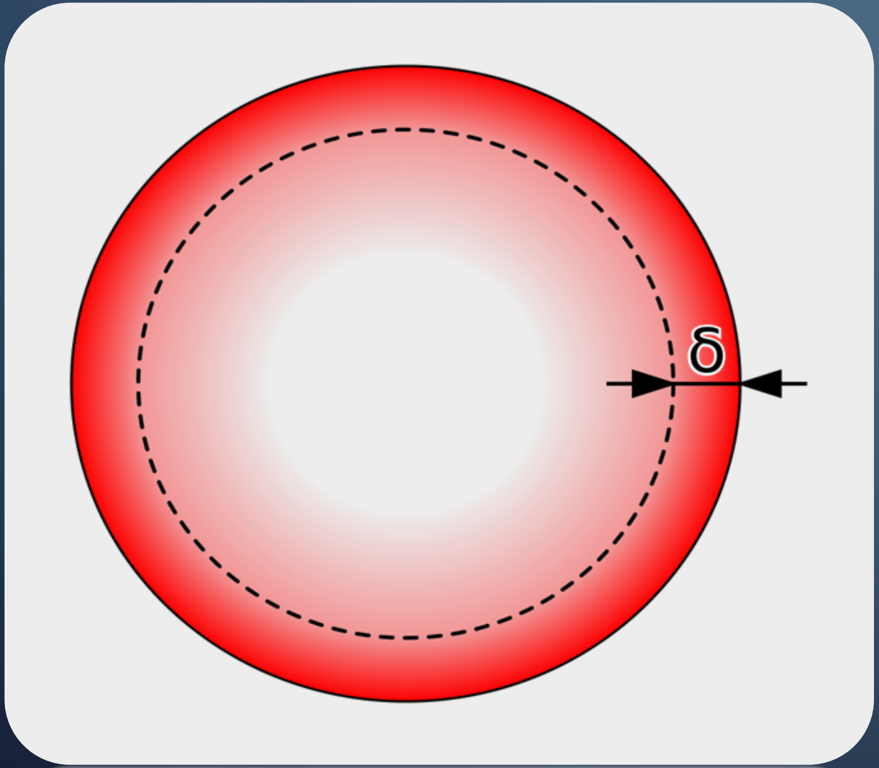
Se $\vec{V} = V\angle\varphi_V$ e $\vec{I} = I\angle\varphi_I$

si ottiene per modulo e fase

$$\begin{cases} V = RI \\ \varphi_V = \varphi_I \end{cases}$$

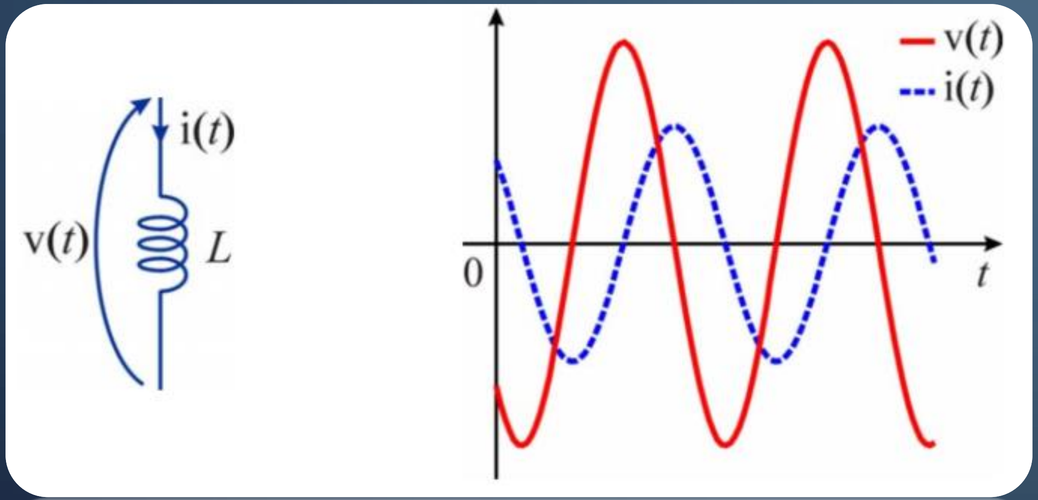
(tensione e corrente sono in fase)

CORRENTE ALTERNATA ED EFFETTO PELLE



- Quando in un conduttore scorre una corrente alternata, la distribuzione della corrente non è uniforme sulla sezione trasversale del conduttore stesso. La densità di corrente è maggiore alla superficie esterna (*pelle*) e diminuisce verso l'interno del conduttore (*effetto pelle*)
- Utilizzando un conduttore rigido sfruttiamo solo la parte esterna del conduttore con tutte le perdite del caso
- Per aggirare il problema vengono utilizzati i cavi multifilari in questo caso si crea un effetto pelle in ogni singolo conduttore sfruttando quindi tutta la sezione del conduttore

BIPOLI ELEMENTARI IN REGIME SINUSOIDALE: INDUTTORE (1/2)



Nel tempo se $i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi_I)$

allora la tensione:

$$v(t) = L\frac{\mathrm{di}(t)}{\mathrm{dt}} = \omega L I_M \cos(\omega t + \varphi_I)$$

Rappresentazione vettoriale

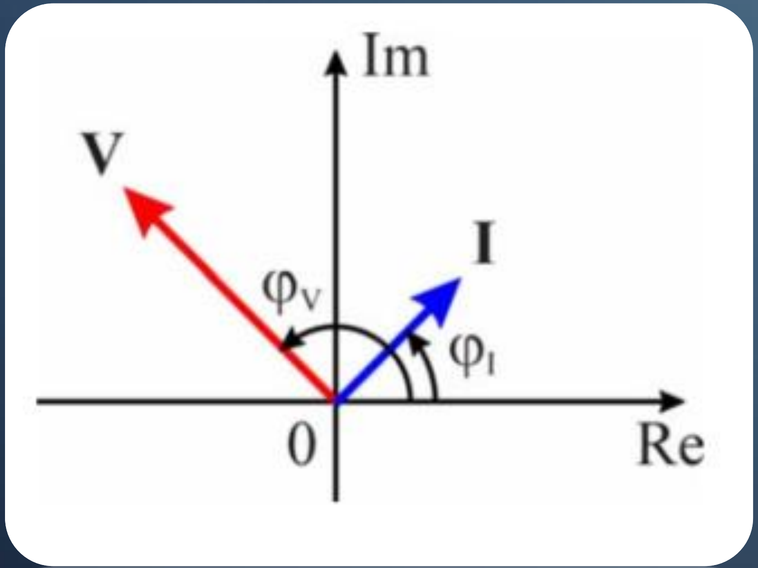
$$\boxed{\vec{V} = jX_L * \vec{I}}$$

dove $j = \sqrt{-1}$ e si è definita la

REATTANZA INDUTTIVA

$$\boxed{X_L = \omega L}$$

BIPOLI ELEMENTARI IN REGIME SINUSOIDALE: INDUTTORE (2/2)



$\vec{V} = jX_L * \vec{I}$

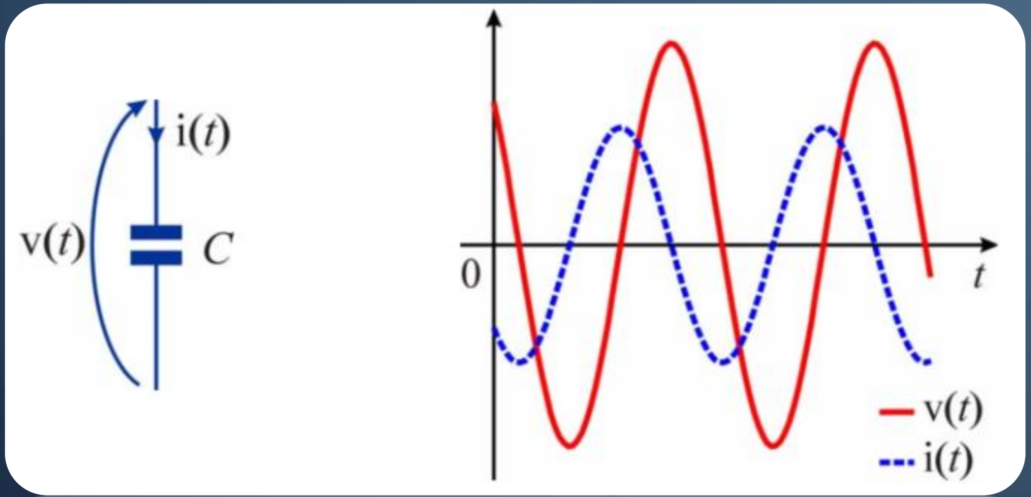
Se $\vec{V} = V\angle\varphi_V$ e $\vec{I} = I\angle\varphi_I$

si ottiene per modulo e fase

$$\begin{cases} V = X_L I \\ \varphi_V = \varphi_I + \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

(la corrente è in quadratura in ritardo rispetto alla tensione)

BIPOLI ELEMENTARI IN REGIME SINUSOIDALE: CONDENSATORE (1/2)



Nel tempo se $\mathrm{v}(t) = V_M \sin(\omega t + \varphi_V)$

allora la corrente

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{dt}} = \omega C V_M \cos(\omega t + \varphi_V)$$

Rappresentazione vettoriale

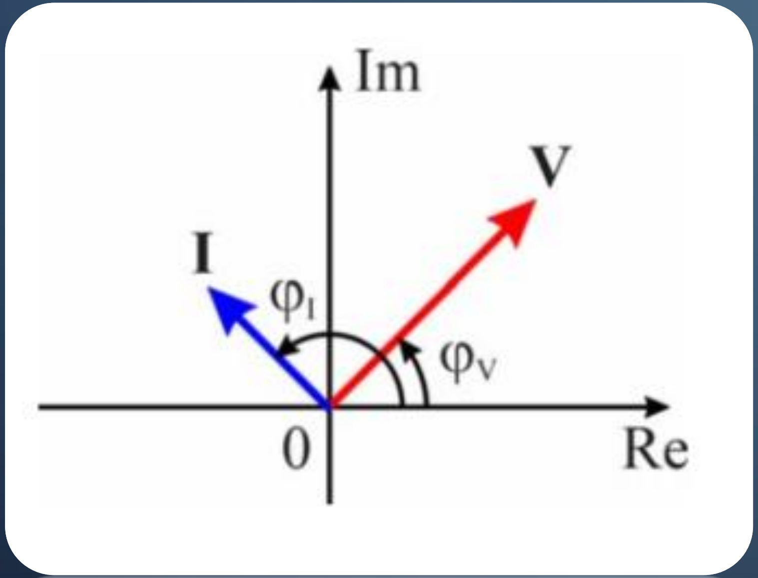
$$\vec{I} = jB_C * \vec{V}$$

dove $j = \sqrt{-1}$ e si è definita la

SUSCETTANZA CAPACITIVA

$$B_C = \omega C$$

BIPOLI ELEMENTARI IN REGIME SINUSOIDALE: CONDENSATORE (2/2)



$$\vec{I} = jB_C * \vec{V}$$

da cui si può scrivere

$$\vec{V} = \frac{1}{jB_C} * \vec{I} = jX_C * \vec{I}$$

dove $X_C = -\frac{1}{B_C} = -\frac{1}{\omega C}$ è la reattanza capacitiva

Concludendo, se $\vec{V} = V\angle\varphi_V$ e $\vec{I} = I\angle\varphi_I$

si ottiene per modulo e fase

$$\begin{cases} V = X_C I \\ \varphi_V = \varphi_I - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(la corrente è in quadratura in anticipo rispetto alla tensione)

IMPEDENZA E AMMETTENZA (1/2)

Le relazioni tra rappresentazioni vettoriali di tensione $\vec{V} = V\angle\varphi_V$ e corrente $\vec{I} = I\angle\varphi_I$ possono essere espresse genericamente nella forma

$$\boxed{\vec{V} = \boldsymbol{Z} * \vec{I}}$$

e

$$\boxed{\vec{I} = \boldsymbol{Y} * \vec{V}}$$

dove $\boldsymbol{Z}$ è chiamata <u>impedenza</u> ed è una quantità genericamente complessa e $\boldsymbol{Y}$ (anch'essa complessa) è chiamata <u>ammettenza</u>

OSSERVAZIONE: poiché la rappresentazione vettoriale di una grandezza sinusoidale è assimilabile ad un numero complesso e poiché impedenza e ammettenza sono numeri complessi, <u>il prodotto tra le quantità non è altro che il prodotto tra due numeri complessi</u>

IMPEDENZA E AMMETTENZA (2/2)

$\vec{V} = \boldsymbol{Z} * \vec{I}$	**Z**	**Y**
Resistore	R	G
Induttore	$j\omega L$	$-j\dfrac{1}{\omega L}$
Condensatore	$-j\dfrac{1}{\omega C}$	$j\omega C$

$$\vec{V} = \boldsymbol{Z} * \vec{I}$$

L'impedenza $\boldsymbol{Z}$ ha la dimensioni di una resistenza e si misura un Ohm [Ω]

L'ammettenza $\boldsymbol{Y}$ ha le dimensioni del reciproco di una resistenza e si misura in Siemens [S] o equivalentemente [Ω^{-1}]

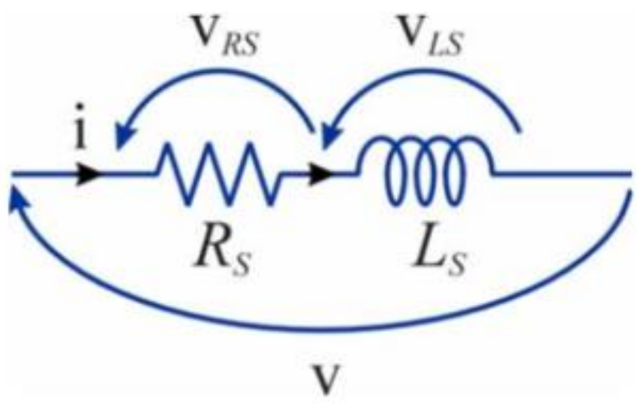
BIPOLO RL SERIE (1/2)

$\vec{V} = \mathbf{Z} * \vec{I}$	**Z**	**Y**
Resistore	R	G
Induttore	$j\omega L$	$-j\dfrac{1}{\omega L}$
Condensatore	$-j\dfrac{1}{\omega C}$	$j\omega C$

$$\mathrm{v}(t) = \mathrm{v}_{RS}(t) + \mathrm{v}_{LS}(t) = R_S i(t) + L_S \frac{d\,\mathrm{i}}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{RS} + \mathbf{V}_{LS} = (R_S + j\omega L_S)\mathbf{I}$$



$$\boxed{\mathbf{Z} = R_S + j\omega L_S \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} R = R_S \\ X = \omega L_S \end{cases}}$$

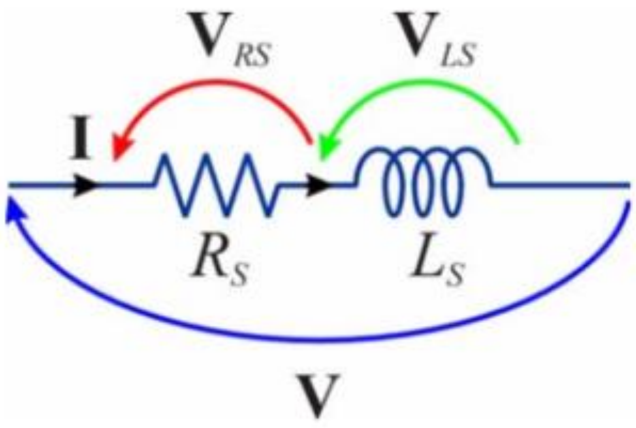
$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{R_S}{R_S^2 + (\omega L_S)^2} - j\frac{\omega L_S}{R_S^2 + (\omega L_S)^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G = \dfrac{R_S}{R_S^2 + (\omega L_S)^2} \\ B = -\dfrac{\omega L_S}{R_S^2 + (\omega L_S)^2} \end{cases}$$

www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm

BIPOLO RL SERIE (2/2)

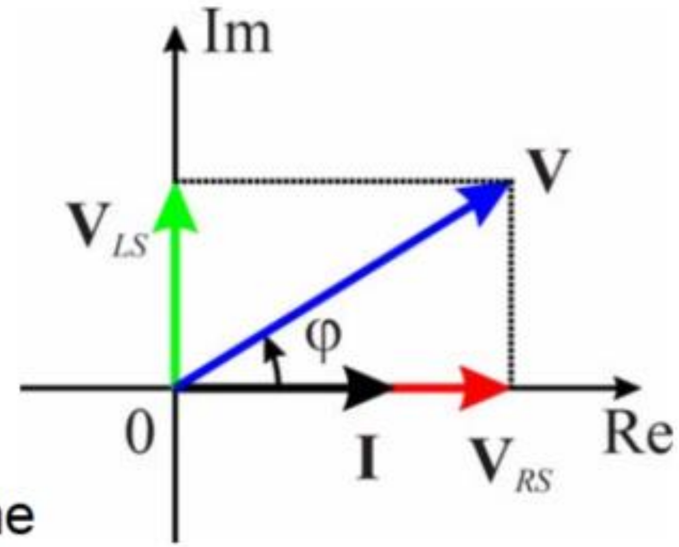
Modulo

$$|\mathbf{Z}| = \sqrt{R_S^2 + (\omega L_S)^2}$$



L’angolo tra tensione e corrente è

$$\varphi = \arg(\mathbf{Z}) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\omega L_S}{R_S}\right)$$

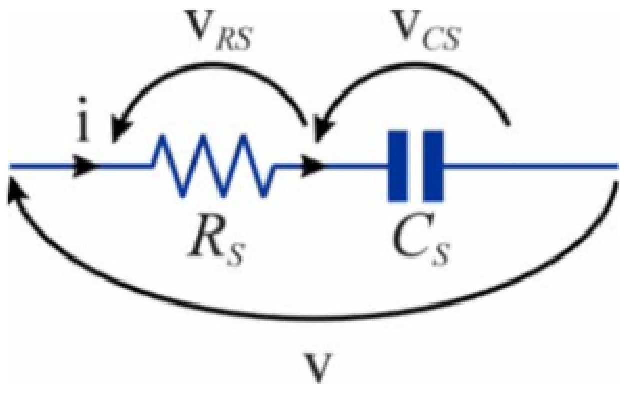


$$R_S > 0, L_S > 0 \quad \Rightarrow \quad 0 \le \varphi < \frac{\pi}{2}$$

La corrente è in ritardo rispetto alla tensione

BIPOLO RC SERIE (1/3)

$\vec{V} = \mathbf{Z} * \vec{I}$	**Z**	**Y**
Resistore	R	G
Induttore	$j\omega L$	$-j\dfrac{1}{\omega L}$
Condensatore	$-j\dfrac{1}{\omega C}$	$j\omega C$



$$\mathrm{v}(t) = \mathrm{v}_{RS}(t) + \mathrm{v}_{CS}(t) = R_S\,\mathrm{i}(t) + \frac{1}{C_S}\int_{-\infty}^{t} \mathrm{i}(x)\,dx$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{RS} + \mathbf{V}_{CS} = \left(R_S - j\frac{1}{\omega C_S}\right)\mathbf{I}$$

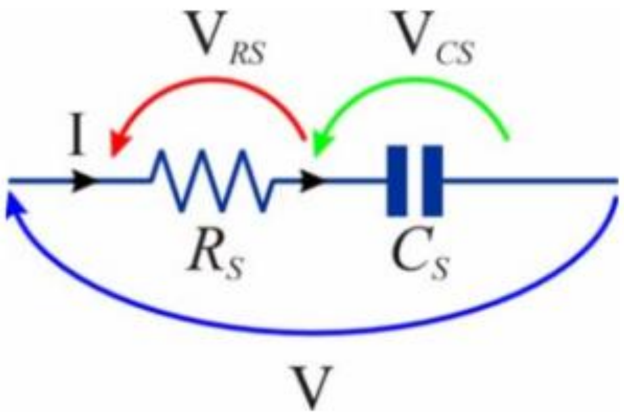
BIPOLO RC SERIE (2/3)

$$\boxed{\mathbf{Z} = R_S - j\frac{1}{\omega C_S} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} R = R_S \\ X = -\dfrac{1}{\omega C_S} \end{cases}}$$

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{\omega^2 R_S C_S^2}{1+(\omega R_S C_S)^2} + j\frac{\omega C_S}{1+(\omega R_S C_S)^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G = \dfrac{\omega^2 R_S C_S^2}{1+(\omega R_S C_S)^2} \\ B = \dfrac{\omega C_S}{1+(\omega R_S C_S)^2} \end{cases}$$

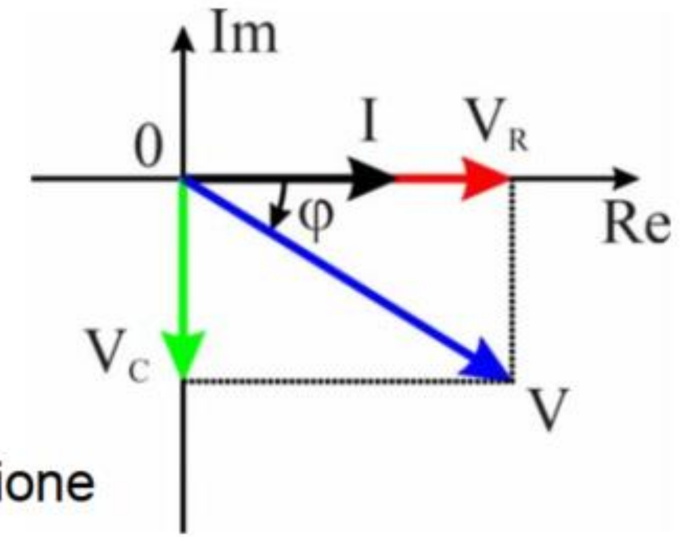
BIPOLO RC SERIE (3/3)

$$|\mathbf{Z}| = \sqrt{R_S^2 + \frac{1}{(\omega C_S)^2}}$$



$$\varphi = \arg(\mathbf{Z}) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\omega R_S C_S}\right)$$

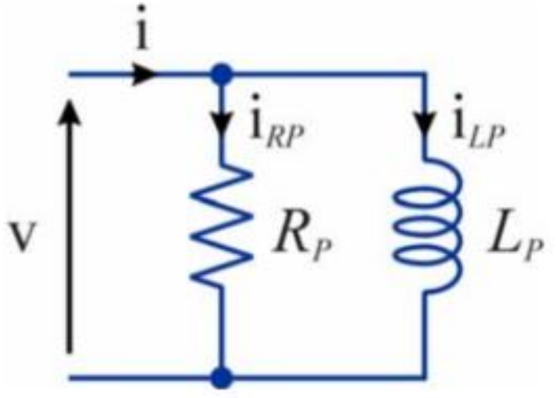
$$R_S > 0, C_S > 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0$$



La corrente è in anticipo rispetto alla tensione

BIPOLO RL PARALLELO (1/3)

$\vec{V} = \mathbf{Z} * \vec{I}$	**Z**	**Y**
Resistore	R	G
Induttore	$j\omega L$	$-j\dfrac{1}{\omega L}$
Condensatore	$-j\dfrac{1}{\omega C}$	$j\omega C$



$$\mathrm{i}(t) = \mathrm{i}_{RP}(t) + \mathrm{i}_{LP}(t) = \frac{1}{R_P}\mathrm{v}(t) + \frac{1}{L_P}\int_{-\infty}^{t} \mathrm{v}(x)dx$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{RP} + \mathbf{I}_{RL} = \left(\frac{1}{R_P} - j\frac{1}{\omega L_P}\right)\mathbf{V}$$

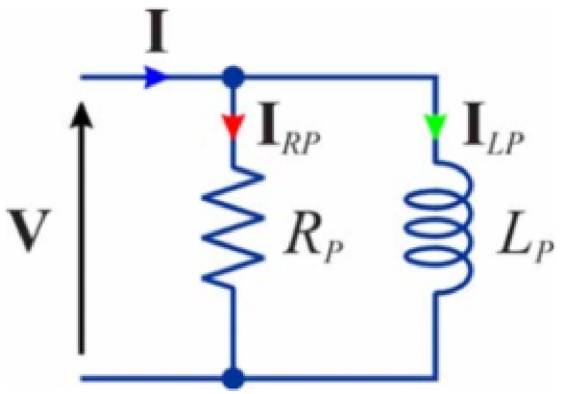
BIPOLO RL PARALLELO (2/3)

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{R_P} - j\frac{1}{\omega L_P} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G = \dfrac{1}{R_P} \\ B = -\dfrac{1}{\omega L_P} \end{cases}$$

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{\mathbf{Y}} = \frac{\omega^2 R_P L_P^2}{R_P^2 + (\omega L_P)^2} + j\frac{\omega R_P^2 L_P}{R_P^2 + (\omega L_P)^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} R = \dfrac{\omega^2 R_P L_P^2}{R_P^2 + (\omega L_P)^2} \\ X = \dfrac{\omega R_P^2 L_P}{R_P^2 + (\omega L_P)^2} \end{cases}$$

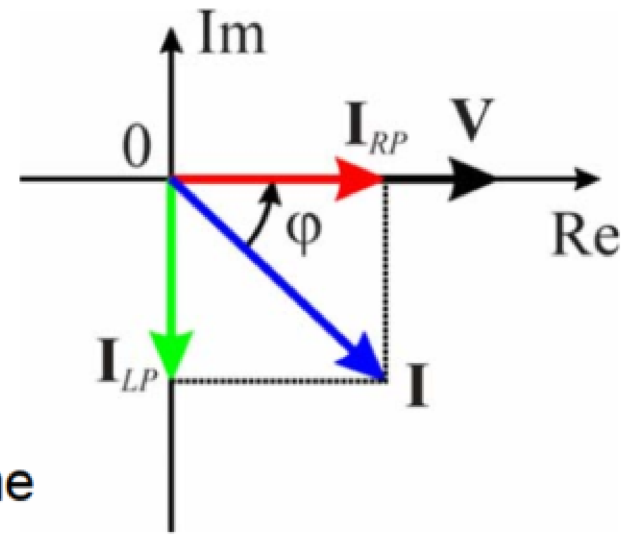
BIPOLO RL PARALLELO (3/3)

$$|\mathbf{Z}| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_P^2} + \frac{1}{(\omega L_P)^2}}}$$



$$\varphi = \arg(\mathbf{Z}) = \mathrm{arctg}\left(\frac{R_P}{\omega L_P}\right)$$

$$R_P > 0, L_P > 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$



La corrente è in ritardo rispetto alla tensione

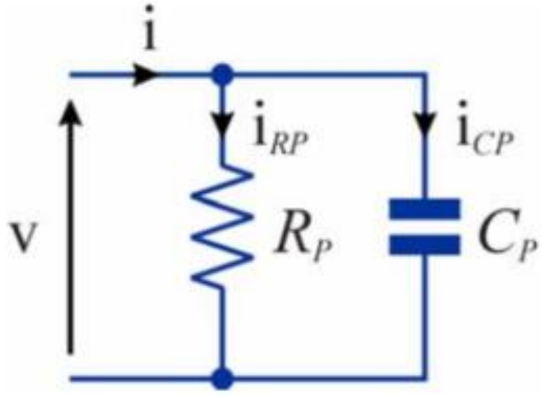
BIPOLO RC PARALLELO (1/2)

$\vec{V} = \mathbf{Z} * \vec{I}$	**Z**	**Y**
Resistore	R	G
Induttore	$j\omega L$	$-j\dfrac{1}{\omega L}$
Condensatore	$-j\dfrac{1}{\omega C}$	$j\omega C$

$$\mathrm{i}(t) = \mathrm{i}_{RP}(t) + \mathrm{i}_{CP}(t) = \frac{1}{R_P}\mathrm{v}(t) + C_P\frac{d\,\mathrm{v}}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{RP} + \mathbf{I}_{CP} = \left(\frac{1}{R_P} + j\omega C_P\right)\mathbf{V}$$

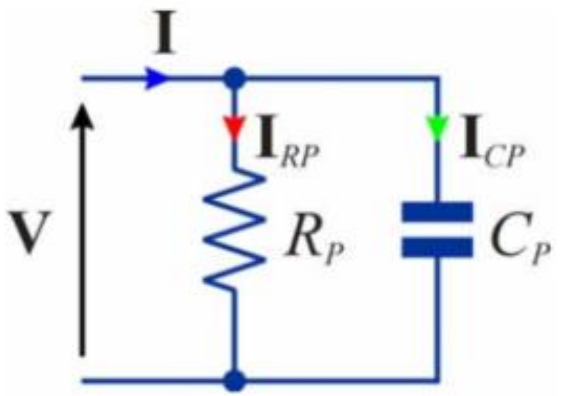


$$\boxed{\mathbf{Y} = \frac{1}{R_P} + j\omega C_P \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G = \dfrac{1}{R_P} \\ B = \omega C_P \end{cases}}$$

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{\mathbf{Y}} = \frac{R_P}{1+(\omega R_P C_P)^2} - j\frac{\omega R_P^2 C_P}{1+(\omega R_P C_P)^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} R = \dfrac{R_P}{1+(\omega R_P C_P)^2} \\ X = -\dfrac{\omega R_P^2 C_P}{1+(\omega R_P C_P)^2} \end{cases}$$

BIPOLO RC PARALLELO (1/2)

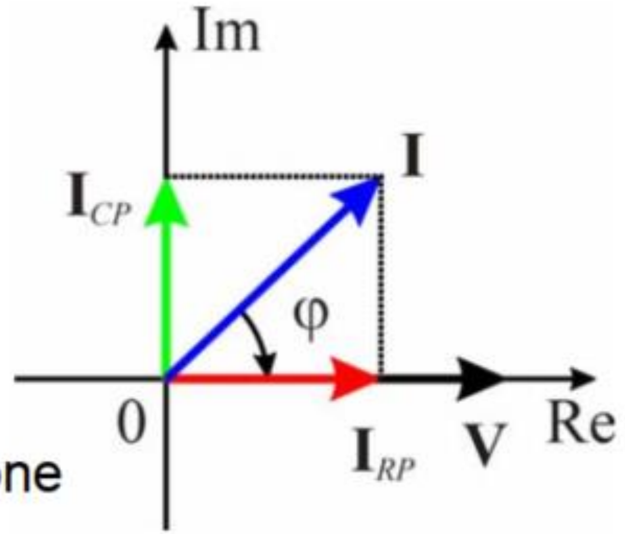
$$|\mathbf{Z}| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_P^2} + (\omega C_P)^2}}$$



$$\varphi = \arg(\mathbf{Z}) = -\operatorname{arctg}(\omega R_P C_P)$$

$$R_C > 0, L_C > 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi \le 0$$

La corrente è in anticipo rispetto alla tensione



www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm