La funzione **dsolve** permette di risolvere equazioni differenziali.

Soluzione di equazioni differenziali lineari

Per risolvere un'equazione differenziale è necessario:

1. Definire la funzione simbolica che compare nell'equazione differenziale
2. Scrivere l'equazione differenziale e definire un contenitore per l'equazione (come si fa per le equazioni algebriche). Le derivate della funzione simbice devono essere scritte tramite la funzione **diff**
3. Tentare di risolvere l'equazione differenziale

Per esempio si voglia risolvere l'equazione differenziale $a_1 \frac{\mathrm{dy}(x)}{\mathrm{dx}} + a_0\, y(x) = 0$:

```
syms y(x) a0 a1 x
ode = a1*diff(y(x), x) + a0*y(x) == 0
```

ode =

$$a_1 \frac{\partial}{\partial x}\, y(x) + a_0\, y(x) = 0$$

```
ySol(x) = dsolve(ode)
```

ySol(x) =

$$C_1\, \mathrm{e}^{-\frac{a_0\, x}{a_1}}$$

Nel caso di equazioni non omogenee si procede allo stesso modo, ad esempio si voglia risolvere l'equazione differenziale $a_1 \frac{\mathrm{dy}(x)}{\mathrm{dx}} + a_0\, y(x) = a_1 \sin(x) + b_1 \frac{\mathrm{dsin}(x)}{\mathrm{dx}}$

```
syms y(x) a0 a1 b0 b1 x
ode = a1*diff(y(x), x) + a0*y(x) == b0*sin(x) + b1*diff(sin(x), x)
```

ode =

$$a_1 \frac{\partial}{\partial x}\, y(x) + a_0\, y(x) = b_1 \cos(x) + b_0 \sin(x)$$

```
ySol(x) = dsolve(ode)
```

ySol(x) =

$$C_1\, \mathrm{e}^{-\frac{a_0\, x}{a_1}} + \frac{a_0\, b_0 \sin(x) + a_1\, b_1 \sin(x) + a_0\, b_1 \cos(x) - a_1\, b_0 \cos(x)}{{a_0}^2 + {a_1}^2}$$

Un altro esempio, si voglia calcolare la soluzione di $a_1 \frac{\mathrm{dy}(x)}{\mathrm{dx}} + a_0\, y(x) = x\, e^{-x}$

```
syms y(x) a0 a1 x
ode = a1*diff(y(x), x) + a0*y(x) == x*exp(-x)
```

```
ode =
```

$$a_1 \frac{\partial}{\partial x}\, y(x) + a_0\, y(x) = x\, \mathrm{e}^{-x}$$

```
ySol(x) = dsolve(ode)
```

```
ySol(x) =
```

$$C_1\, \mathrm{e}^{-\frac{a_0 x}{a_1}} + \frac{a_1\, \mathrm{e}^{-\frac{a_0 x}{a_1}}\, \mathrm{e}^{\frac{a_0 x}{a_1} - x} \left(\frac{x\,(a_0 - a_1)}{a_1} - 1\right)}{(a_0 - a_1)^2}$$

Nel caso di equazioni di ordine superiore è necessario indicare correttamente le derivate di ordine superiore con **diff**. Ad esempio, si voglia calcolare la soluzione di $a_2 \frac{\mathrm{d}^2 y(x)}{\mathrm{dx}^2} + a_1 \frac{\mathrm{dy}(x)}{\mathrm{dx}} + a_0\, y(x) = 0$

```
syms y(x) a0 a1 a2 x
ode = a2*diff(y(x), x, 2) + a1*diff(y(x), x) + a0*y(x) == 0
```

```
ode =
```

$$a_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\, y(x) + a_1 \frac{\partial}{\partial x}\, y(x) + a_0\, y(x) = 0$$

```
ySol(x) = dsolve(ode)
```

```
ySol(x) =
```

$$C_1\, \mathrm{e}^{-\frac{x\left(a_1 + \sqrt{a_1{}^2 - 4\, a_0\, a_2}\right)}{2\, a_2}} + C_2\, \mathrm{e}^{-\frac{x\left(a_1 - \sqrt{a_1{}^2 - 4\, a_0\, a_2}\right)}{2\, a_2}}$$

Soluzione di quazioni non lineari

Nel caso di equazioni non lineari si procede allo stesso modo. Per esempio, trovare la soluzione dell'equazione differenziale $\frac{\mathrm{dy}(t)}{\mathrm{dt}} = \frac{t^2 + t\, y(t)}{t\, y(t) + y^2(t)}$

```
syms y(t) t
ode = diff(y(t), t) == (t^2+t*y(t))/(t*y(t)+(y(t))^2)
```

```
ode =
```

$$\frac{\partial}{\partial t}\, y(t) = \frac{t\, y(t) + t^2}{y(t)^2 + t\, y(t)}$$

```
ySol(t) = dsolve(ode)
```

```
ySol(t) =
```

$$\begin{pmatrix} \sqrt{t^2 + C_1} \\ -\sqrt{t^2 + C_1} \end{pmatrix}$$

Soluzione di equazioni differenziali con condizioni iniziali

Per introdurre le condizioni iniziali nella soluzione delle equazioni differenziali è necessario definire uno o più contenitori per le derivate in modo da poter specificare le condizioni iniziali.

Per esempio, si voglia risolvere il problema di Cauchy del secondo ordine $\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2 y(x)}{\mathrm{d}x^2} + y(x) = x\cos(x) \\ y(0) = 0; \;\; y'(0) = -\dfrac{3}{4} \end{cases}$

```
syms y(x) x
Dy(x) = diff(y(x), x)
```

Dy(x) =

$$\frac{\partial}{\partial x}\; y(x)$$

```
D2y(x) = diff(y(x), x, 2)
```

D2y(x) =

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\; y(x)$$

```
ode = D2y(x) + y(x) == x*cos(x)
```

ode =

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\; y(x) + y(x) = x\cos(x)$$

```
cond1 = y(0) == 0
```

cond1 = $y(0) = 0$

```
cond2 = Dy(0) == -3/4
```

cond2 =

$$\left(\left(\frac{\partial}{\partial x}\; y(x) \right) \bigg|_{x=0} \right) = -\frac{3}{4}$$

```
ySol(t) = dsolve(ode, cond1, cond2)
```

ySol(t) =

$$\sin(x) \left(\frac{\cos(2\,x)}{8} + \frac{x\sin(2\,x)}{4} + \frac{x^2}{4} - \frac{1}{8} \right) - \cos(x) \left(\frac{\sin(2\,x)}{8} - \frac{x\cos(2\,x)}{4} \right) - \frac{3\sin(x)}{4}$$

Approfondimenti

Ulteriori esempi di soluzione di equazioni differenziali può essere trovato nell'Help Center di Matlab all'indirizzo https://it.mathworks.com/help/symbolic/solve-a-single-differential-equation.html.

Riguardo a **dsolve** alla pagina https://it.mathworks.com/help/symbolic/dsolve.html

Matlab permette di tentare di risolvere anche sistemi di equazioni differenziali https://it.mathworks.com/help/symbolic/solve-a-system-of-differential-equations.html